

Chapitre 2 : systèmes triphasés

I / Introduction

1. *pourquoi*
2. *le réseau de distribution*

II / Etude des tensions simples

1. *définition*
2. *équations*
3. *vecteurs de Fresnel*

III / tensions composées

1. *définition*
2. *vecteurs de Fresnel*
3. *relation entre U et V*

IV / Récepteurs triphasés équilibrés

1. *Couplage étoile*
2. *couplage triangle*
3. *plaque signalétique*

V / Puissances en triphasé

1. *Rappel en monophasé*
2. *Théorème de Boucherot*
3. *puissance pour un récepteur en étoile*
4. *puissance pour un récepteur en triangle*
5. *conclusion*
6. *exercice*

VI / Mesure de puissances

1. *mesure d'une puissance triphasée avec un wattmètre*
2. *méthode des deux wattmètre*
3. *méthode du wattmètre triphasé*

VII / Facteur de puissance

1. *définition*
2. *relèvement du facteur de puissance*
3. *exercice*

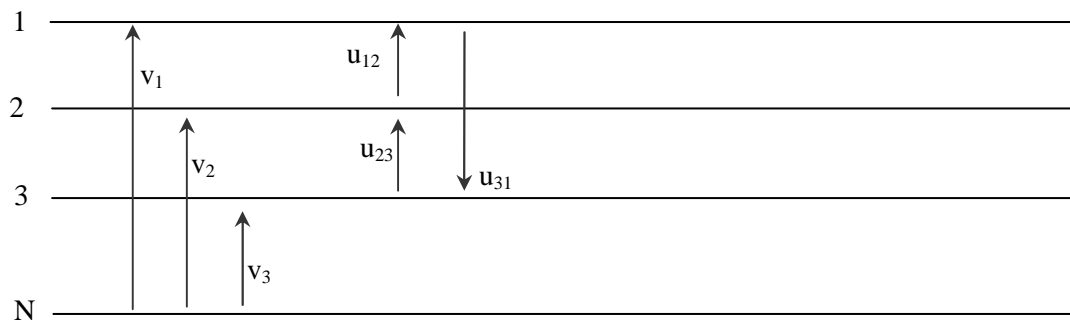
I / Introduction

1. Pourquoi

- Le transport d'énergie électrique s'effectue en triphasé car une ligne triphasée dissipe moins d'énergie électrique qu'une ligne monophasée.
- La production d'énergie s'effectue en triphasé car à puissances égales, une machine triphasée sera moins coûteuse qu'une machine monophasée (le prix des machines est directement lié à leur masse et à puissance égale, une machine monophasée est une fois et demie plus lourde qu'une machine triphasée).

2. le réseau de distribution

- la source : alternateur triphasé EDF
- la charge : récepteur triphasé formé, s'il est équilibré, de 3 impédances identiques
- la ligne : 3 fils identiques appelés phases et 1 fil appelé neutre

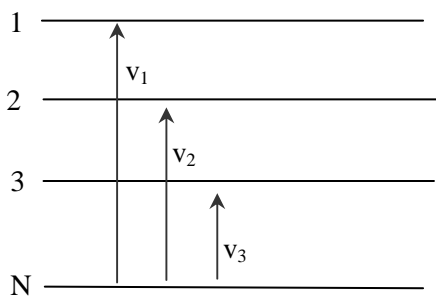


On appelle tensions simples les tensions v entre un fil de phase et le neutre.

On appelle tensions composées les tensions u entre deux fils de phase.

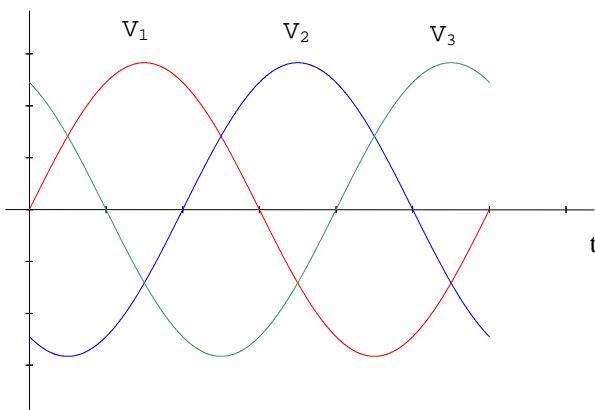
II / Etude des tensions simples

1. définition



v_1, v_2 et v_3 sont des tensions de même valeur efficace $V = v_{\max} / \sqrt{2}$ et sont déphasées de $2\pi/3$ ($=120^\circ$)

pour le réseau :



Doc 1

Caractéristiques du réseau EDF le plus fréquent :

$$f = 50 \text{ Hz}$$

$$V = 230 \text{ V}$$

$$\varphi = 120^\circ$$

2. équations

on choisit v_1 comme tension de référence :

$$v_1 = V\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t)$$

$$v_2 = V\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - 2\pi/3)$$

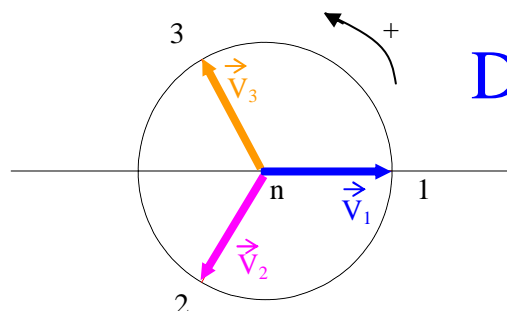
$$v_3 = V\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t - 4\pi/3)$$

3. vecteurs de Fresnel

$$v_1 \rightarrow \vec{V}_1 [V ; 0]$$

$$v_2 \rightarrow \vec{V}_2 [V ; -2\pi/3]$$

$$v_3 \rightarrow \vec{V}_3 [V ; -4\pi/3]$$



Doc 2

- pour un système triphasé équilibré, on a :

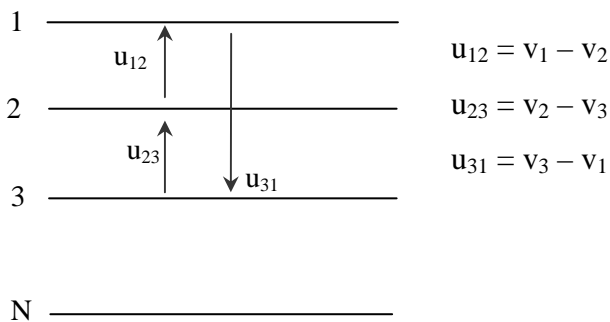
$$\vec{V}_1 + \vec{V}_2 + \vec{V}_3 = \vec{0} \Leftrightarrow v_1 + v_2 + v_3 = 0$$

- le système précédent est 'équilibré direct' car un observateur immobile verrait les vecteurs passer dans l'ordre 1 ; 2 ; 3.

III / tensions composées

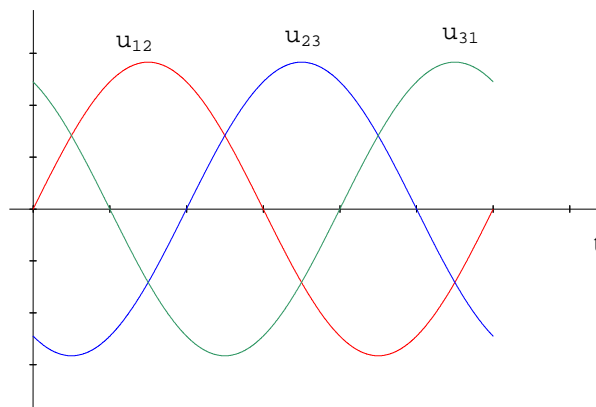
1. définition

- notée u , une tension composée est la tension entre 2 fils de phases : u_{12} ; u_{23} ; u_{31} :



- les tensions composées ont même fréquence que les tensions simples.

- $u_{12} + u_{23} + u_{31} = 0$ car $(v_1 - v_2) + (v_2 - v_3) + (v_3 - v_1) = 0$



Doc 3

Caractéristiques du réseau EDF :

$$f = 50 \text{ Hz}$$

$$U = 400 \text{ V}$$

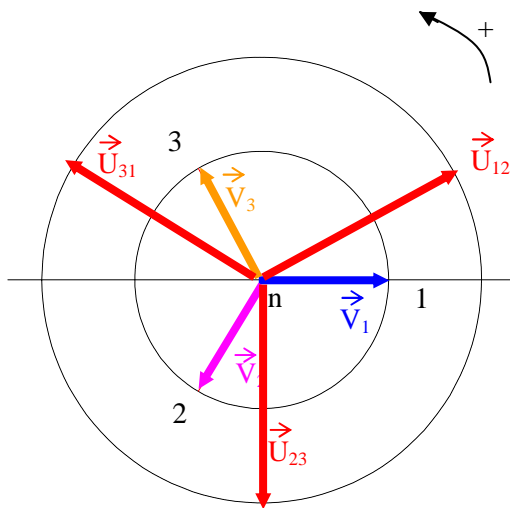
$$\varphi = 120^\circ$$

2. vecteurs de Fresnel

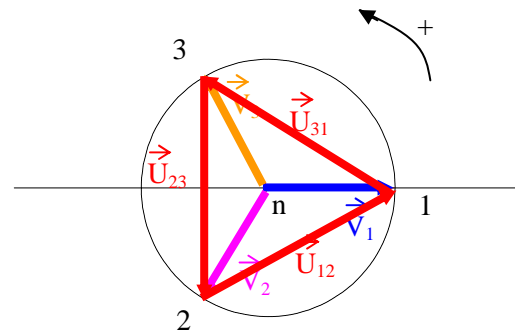
$$u_{12} = v_1 - v_2 \Leftrightarrow \vec{U}_{12} = \vec{V}_1 - \vec{V}_2$$

$$u_{23} = v_2 - v_3 \Leftrightarrow \vec{U}_{23} = \vec{V}_2 - \vec{V}_3$$

$$u_{31} = v_3 - v_1 \Leftrightarrow \vec{U}_{31} = \vec{V}_3 - \vec{V}_1$$



Doc 4



On a :

- Vecteurs composés de même norme donc les tensions composées ont même valeur efficace
- Les tensions composées sont déphasées de $2\pi/3$ l'une par rapport à l'autre.
- u_{23} est en quadrature retard sur v_1 .
 u_{31} est en quadrature retard sur v_2 .
 u_{12} est en quadrature retard sur v_3 .

3. relation entre U et V

on a

$$U = V \sqrt{3}$$

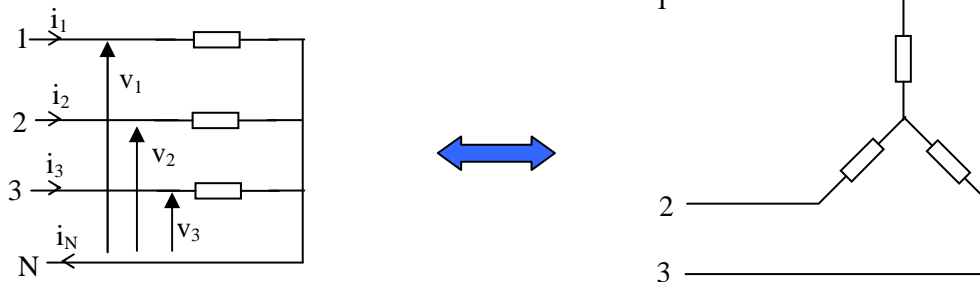
IV / Récepteurs triphasés équilibrés

Récepteurs constitués d 3 impédances $\underline{Z} = [Z ; \varphi]$

Le courant qui traverse les dipôles est j : courant par phase.

Le courant qui circule dans les fils des lignes est i : courant de ligne.

1. couplage étoile (Y)



Pour l'étoile : ($v ; i$)

Chaque phase du récepteur est soumise à une tension simple et est parcouru par un courant de ligne $i = j$.

On a donc : $I_1 = I_2 = I_3 = I$ et $I = J = V / Z$

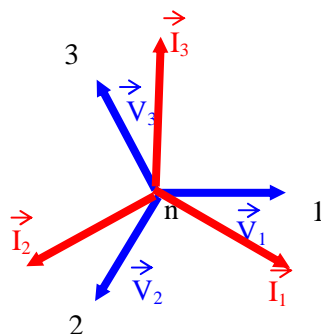
Le récepteur est triphasé équilibré et le système de tensions simples aussi donc :

$$\vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \vec{I}_3 = \vec{0} \quad (\text{car } \vec{V}_1 / Z + \vec{V}_2 / Z + \vec{V}_3 / Z = \vec{0})$$

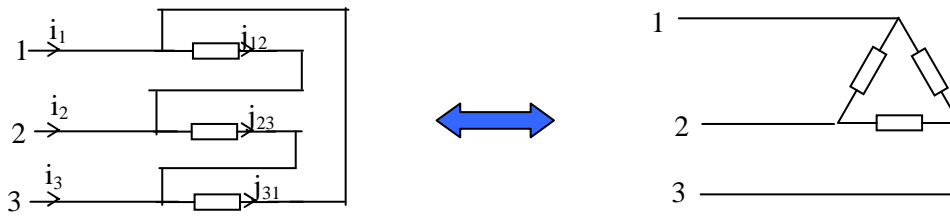
Et donc $I_N = 0$

Conclusion : lorsque l'installation est équilibré, l'intensité dans le fil de neutre est nulle.

Fresnel :



2. couplage triangle (Δ)



Pour le triangle : (u ; j)

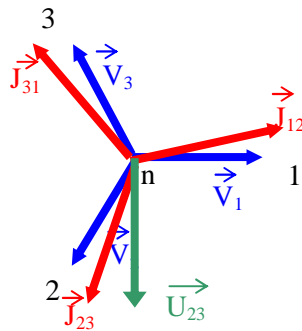
chaque phase du récepteur est soumise à une tension composée et $i \neq j$

on a donc : $\underline{J}_{12} = \underline{U}_{12} / \underline{Z}$; $\underline{J}_{23} = \underline{U}_{23} / \underline{Z}$; $\underline{J}_{31} = \underline{U}_{31} / \underline{Z}$

donc en valeur efficace : $J_{12} = J_{23} = J_{31} = U / Z = J$

on a $I = J \cdot \sqrt{3}$

Fresnel :



$$\begin{cases} i_1 = j_{12} - j_{31} \\ i_2 = j_{23} - j_{12} \\ i_3 = j_{31} - j_{23} \end{cases}$$

3. plaque signalétique

→ réseau de tension : les valeurs efficaces des tensions d'un réseau triphasé sont souvent indiquées sous la forme V / U .

s'il y a qu'une tension, c'est U .

→ récepteur de tension : il faut veiller à ce que les tensions acceptées par le récepteur soient compatibles à celles du réseau.

La plaque du récepteur, indique la tension acceptable aux bornes de chaque phase de récepteur (si plusieurs indication, c'est la plus faible)

Exercice :

1/ quelle est la valeur efficace d'une tension simple d'un réseau 133/230V
133V

2/ plaque signalétique du récepteur : 400V

- si le réseau est 230/400V, comment coupler le récepteur ?

en triangle, ainsi chaque phase a U à ses bornes ie 400V

- si le réseau est 400/700, même question.

en étoile, ainsi chaque phase supporte une tension simple : 400V

3/ trois impédances $Z = 50 \Omega$, associées en étoile, sont alimentées par un réseau 133/230V. Quelle est l'intensité efficace du courant les traversant ?

en étoile, donc chaque impédance supporte $V=133V$ donc pour chaque phase, on a $I = V/Z=133/50=2,66A$

4/ les trois impédances précédentes sont montées en triangle sur le même réseau. Quelle est l'intensité efficace du courant les traversant ?

en triangle, donc chaque impédance supporte $U=230V$ donc $J = U/Z = 230/50 = 4,6A$

5/ Quelle est l'intensité du courant en ligne dans le cas précédent ?

$I = J \cdot \sqrt{3} = 4,6 \cdot \sqrt{3} = 8A$

V/ Puissances en triphasé

1. Rappel en monophasé

Puissance active : $P = UI \cdot \cos\phi$ U en V ; I en A ; P en W

Puissance réactive : $Q = UI \cdot \sin\phi$ U en V ; I en A ; Q en Voltampères réactifs (Var)

Puissance apparente : $S = UI$ U en V ; I en A ; S en Voltampères (VA)

Relation entre les puissances : $S^2 = P^2 + Q^2$

2. Théorème de Boucherot

La puissance active (respectivement réactive) absorbée par un groupement de récepteurs est égale à la somme des puissances actives (respectivement réactives) absorbées par chaque récepteur du groupement.

$$P_{\text{tot}} = P_1 + P_2 + P_3 + \dots$$

$$Q_{\text{tot}} = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots$$

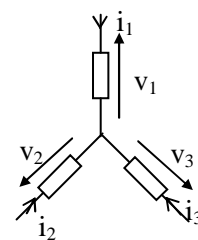


Attention, il n'en est pas de même pour la puissance apparente. On la calcule ensuite :

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

3. puissance pour un récepteur en étoile

chaque phase du récepteur est traversé par i et v à ses bornes.



- Donc $P_1 = P_2 = P_3 = VI \cdot \cos\phi$ (pour une phase)

Pour tout le récepteur : $P = 3VI \cdot \cos\phi$ or $V = U/\sqrt{3}$

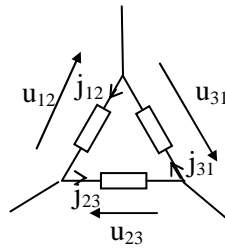
Donc $P = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos\phi$

- De même $Q_1 = Q_2 = Q_3 = VI \cdot \sin\phi$

Donc $Q = 3VI \cdot \sin\phi = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \sin\phi$

- Et on a $S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{3} UI$

4. puissance pour un récepteur en triangle



Chaque phase du récepteur est traversée par j et a u à ses bornes.

- Donc $P_1 = P_2 = P_3 = UJ\cos\varphi$ (pour une phase)

Pour tout le récepteur : $P = 3UJ\cos\varphi$ or $J=I/\sqrt{3}$

Donc $P = \sqrt{3}.U.I.\cos\varphi$

- De même $Q_1 = Q_2 = Q_3 = UJ.\sin\varphi$

Donc $Q = 3UJ\sin\varphi = \sqrt{3}.U.I.\sin\varphi$

- Et on a $S = \sqrt{(P^2 + Q^2)} = \sqrt{3} UI$

5. conclusion

quelque soit le couplage (étoile ou triangle) les puissances s'expriment de la même façon.

$$P = \sqrt{3}.U.I.\cos\varphi \ ; \ Q = \sqrt{3}.U.I.\sin\varphi \ ; \ S = \sqrt{3} UI$$

Rq : expressions identiques mais résultats différents

6. exercice

un récepteur triphasé peut être couplé en étoile ou en triangle ; l'impédance de chacune de ses phases est $\underline{Z} = [20\Omega ; \pi/3]$.

Il est relié à un réseau 230 /400V.

Calculer pour chaque couplage :

- le courant par phase
- le courant de ligne
- les puissances pour une phase
- les puissances totales

Etoile :

- $\underline{I} = \underline{V} / \underline{Z} = [230 ; \theta] / [20 ; \pi/3] = [11,5 ; \theta - \pi/3]$

Le courant dans la phase $11,5A$ est en retard de $\pi/3$ sur sa tension simple

- $I = J$
- $P_{\text{phase}} = VI\cos\varphi = 230 \cdot 11,5 \cdot \cos\pi/3 = 1320W$
- $Q_{\text{phase}} = VI\sin\varphi = 230 \cdot 11,5 \cdot \sin\pi/3 = 2290VAR$
- $P_{\text{totale}} = 3 \cdot P_{\text{phase}} = 3970W$
- $Q_{\text{totale}} = 3 \cdot Q_{\text{phase}} = 6870VAR$

triangle :

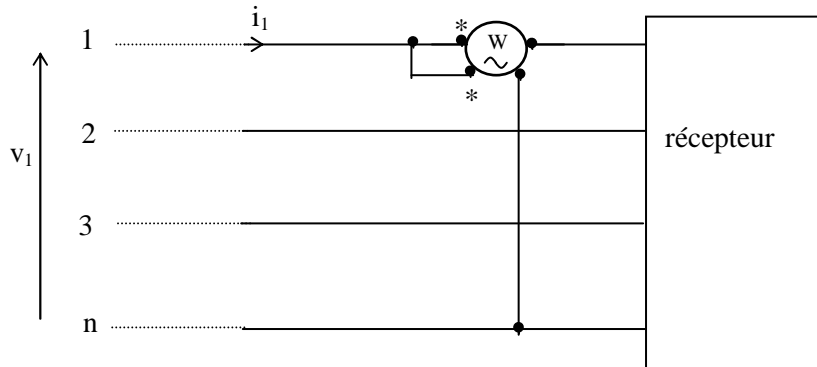
- $\underline{J} = \underline{U} / \underline{Z} = [400 ; \theta] / [20 ; \pi/3] = [20 ; \theta - \pi/3]$

Le courant dans la phase $20A$

- en ligne : $I = J\sqrt{3} = 20\sqrt{3} = 34,6A$
- $P_{\text{phase}} = UJ\cos\varphi = 400 \cdot 20 \cdot \cos\pi/3 = 4000W$
- $Q_{\text{phase}} = UJ\sin\varphi = 400 \cdot 20 \cdot \sin\pi/3 = 6930VAR$
- $P_{\text{totale}} = 3 \cdot P_{\text{phase}} = 12000W$
- $Q_{\text{totale}} = 3 \cdot Q_{\text{phase}} = 20800VAR$

VI / Mesure de puissances

1. mesure d'une puissance triphasée avec un wattmètre

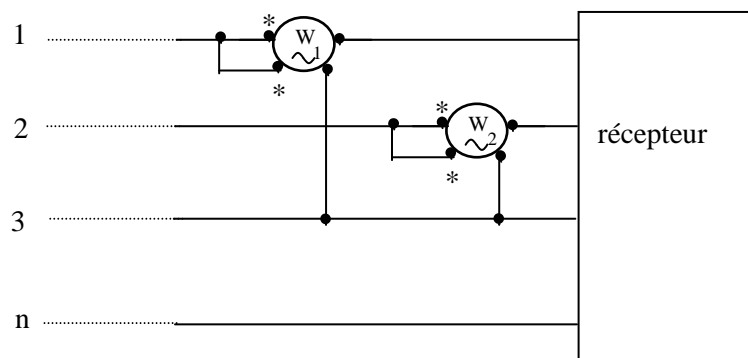


On branche le circuit courant en série sur la ligne 1 et le circuit tension entre 1 et n ; on mesure $W_{1n}^1 = V_1 \cdot I_1 \cdot \cos\varphi$

Donc la puissance active consommée par le récepteur vaut :

$$P = 3 \cdot W_{1n}^1 = 3 \cdot V_1 \cdot I_1 \cdot \cos\varphi$$

2. méthode des deux wattmètre

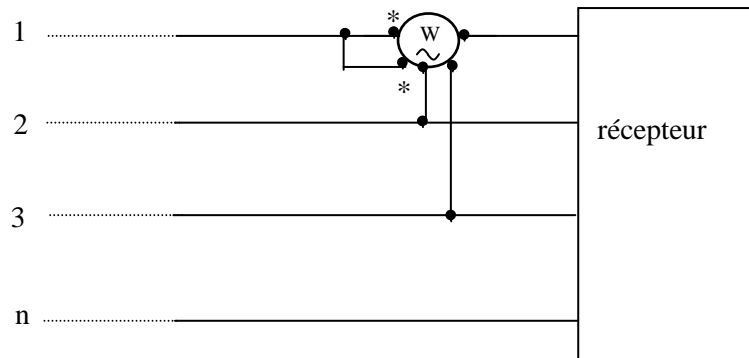


Le wattmètre 1 indique $W_{13}^1 = I_1 \cdot U_{13} \cdot \cos\varphi_{U_{13}/I_1}$

Le wattmètre 2 indique $W_{23}^2 = I_2 \cdot U_{23} \cdot \cos\varphi_{U_{23}/I_2}$

Alors : $P = W_{13}^1 + W_{23}^2$

3. méthode du wattmètre triphasé



Le wattmètre indique alors directement la puissance consommée par le récepteur triphasé.

VII / Facteur de puissance

1. définition

- $f_p = P / S$
- en sinusoïdal triphasé $\begin{cases} P = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos\phi \\ S = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \end{cases} \Rightarrow f_p = \cos\phi$

2. relèvement du facteur de puissance

une installation alimentée par EDF (230/400V) constitue une charge triphasée de facteur de puissance f_p .

cette installation appelle une puissance active P

$$\text{or : } P = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos\phi \Leftrightarrow I = P / \sqrt{3} \cdot U \cdot \cos\phi \Leftrightarrow I = P / \sqrt{3} \cdot U \cdot f_p$$

donc, I sera d'autant plus faible que f_p sera grand.

Or EDF pour minimiser ses pertes (effet Joule lors du transport) veut avoir I le plus faible possible. Il faut donc avoir un fort facteur de puissance.

Pour relever le f_p , on ajoute trois condensateurs identiques.

3. exercice

une installation triphasée absorbe par phase un courant de $I = 100\text{A}$ sous une tension composée $U = 125\text{V}$ et un facteur de puissance $\cos\varphi = f_p = 0,707$ ($\varphi = \pi/4\text{rad}$)

Pour améliorer le $\cos\varphi$ du réseau, on monte entre les bornes 3 condensateurs

1/ en étoile. Calculer la valeur de la capacité de chacun des trois condensateurs si on veut un f_p de 0,9.

2/ en triangle. Même question.

P reste la même, seule Q change.

$$\text{Avant : } P = \sqrt{3}.U.I.\cos\varphi = \underline{15310\text{W}}$$

$$Q = \sqrt{3}.U.I.\sin\varphi \quad \text{or } \sin\varphi = \sqrt{(1-\cos^2\varphi)} = \sqrt{(1-0,707^2)} = 0,707$$

$$\text{donc } Q = \underline{15310\text{VAR}}$$

$$\text{Après : } P' = P$$

$$Q' = Q + Q_c \quad (\text{th Boucherot})$$

$$\text{On veut } Q' = \sqrt{3}.U.I'.\sin\varphi' \quad \text{avec } \cos\varphi' = 0,9 \Rightarrow \varphi' = 0,451\text{rad} \Rightarrow \sin\varphi' = 0,436$$

$$\text{Donc } Q_c = Q' - Q$$

$$= \sqrt{3}.U.I'.\sin\varphi' - \sqrt{3}.U.I.\sin\varphi$$

$$= \sqrt{3}.U.I'.\cos\varphi' . \sin\varphi' / \cos\varphi' - \sqrt{3}.U.I.\cos\varphi . \sin\varphi / \cos\varphi$$

$$= P' . \tan\varphi' - P . \tan\varphi$$

$$= P . (\tan\varphi' - \tan\varphi)$$

$$= -7895 \text{ VAR}$$

$$\text{donc } Q_{c \text{ phase}} = Q_c / 3 = \boxed{-2632 \text{ VAR}}$$

1/ en étoile :

$$Q_c = VI.\sin\varphi = -VI \quad \text{car } \varphi = -\pi/2 \text{ rad pour un condensateur}$$

$$\text{Et } \underline{V} = \underline{Z_c}.I \Rightarrow I = V / Z_c = V.C\omega$$

$$\text{Donc : } Q_c = -V^2C\omega \Leftrightarrow \boxed{C = Q_c / (-V^2\omega)}$$

$$\text{Conclusion : } C = Q_{c \text{ phase}} / (-V^2\omega) = 2632 / (72.2^2.314) = \boxed{1,6\text{mF}}$$

1/ en triangle :

$$Q_C = UJ.\sin\varphi = -UJ \quad \text{car } \varphi = -\pi/2 \text{ rad pour un condensateur}$$

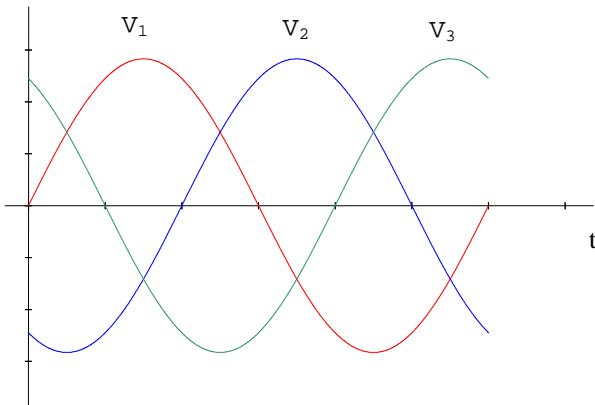
$$\text{Et } \underline{U} = \underline{Z}_C.\underline{J} \Rightarrow J = U / Z_C = U.C\omega$$

$$\text{Donc : } Q_C = -U^2C\omega \Leftrightarrow \boxed{C = Q_C / (-U^2\omega)}$$

$$\text{Conclusion : } C = Q_{c \text{ phase}} / (-U^2\omega) = 2632 / (125^2.314) = \boxed{5.4.10^{-4} \text{ F}}$$

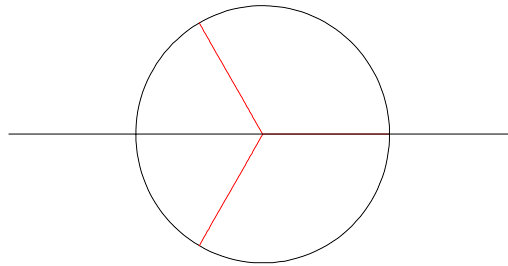
Docs élève

Document 1

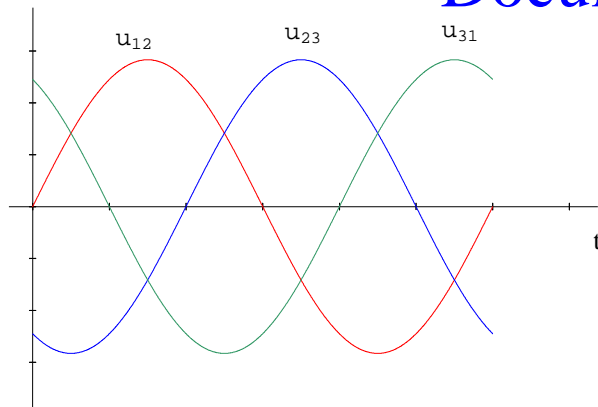


Caractéristiques du réseau EDF le plus fréquent :
 $f = 50 \text{ Hz}$
 $V = 230 \text{ V}$
 $\varphi = 120^\circ$

Document 2



Document 3



Caractéristiques du réseau EDF :
 $f = 50 \text{ Hz}$
 $U = 400 \text{ V}$
 $\varphi = 120^\circ$

Document 4

